

Petriho síť

2005/2006

Prof.RNDr. Milan Češka, CSc.

Ing. Tomáš Vojnar, Ph.D.

FIT, VUT v Brně, Božetěchova 2, CZ-612 66 Brno

Doporučená literatura

1. J. Peterson. *Petri Net Theory and the Modelling of Systems*. Prentice Hall, 1981.
2. W. Reisig. *Petri Nets—An Introduction*. Springer-Verlag, 1985.
3. W. Reisig. *A Primer in Petri Net Design*. Springer-Verlag, 1992.
4. M. Češka a kol.: *Vyčíslitelnost a složitost*. Skriptum VUT, kap. 4: Petriho sítě, 1992.
5. M. Češka. *Petriho sítě*. Akademické nakladatelství CERM Brno, 1994.

Úvod do Petriho sítí

Petriho síť

❖ Motivace:

- modely diskrétních systémů
- modely paralelních systémů
- modely distribuovaných systémů

návrh × syntéza × analýza × verifikace

❖ Historie:

- C. A. Petri: Kommunikation mit automaten, 1962

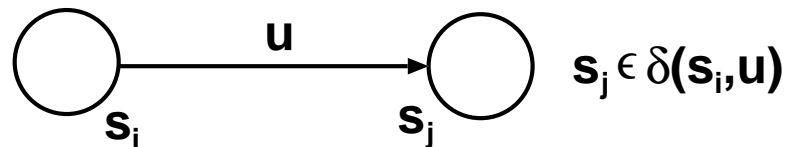
❖ Aplikace:

- hardware - paralelní architektury
- software - distribuované systémy, informační systémy, komunikační protokoly
- telekomunikace, strojírenství, administrativa

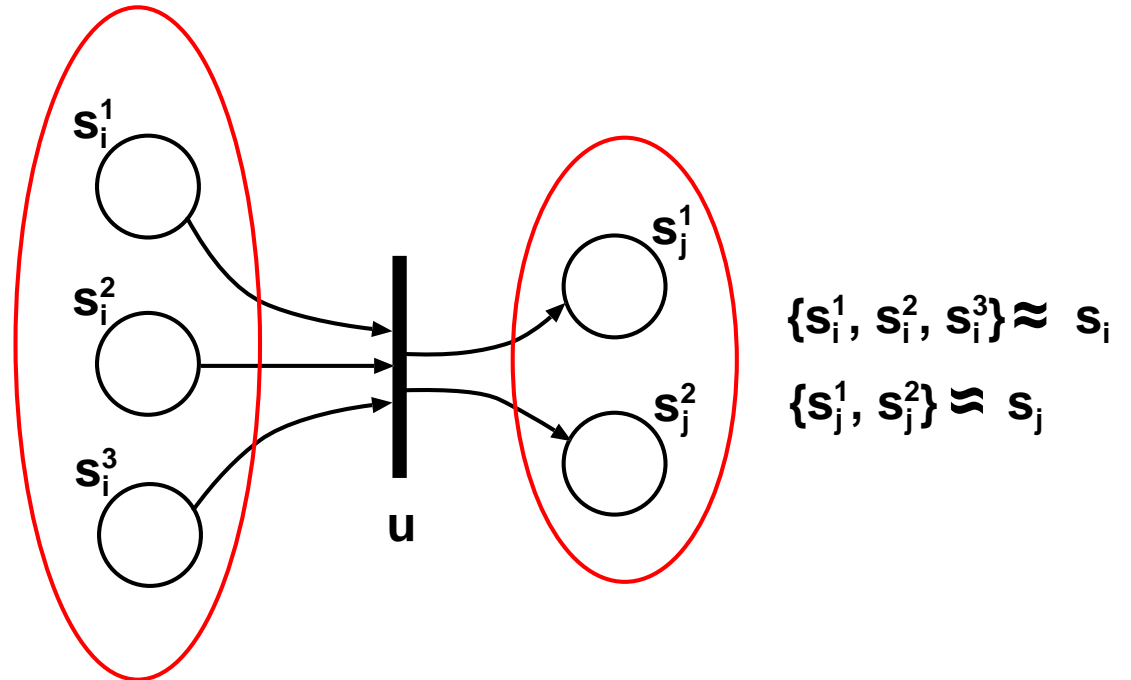
1. Základní koncepty Petriho sítí

❖ Modelování událostí:

V konečném automatu:



V Petriho síti:



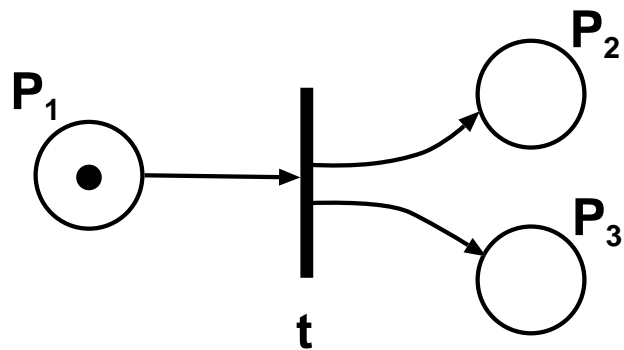
Složky Petriho sítě – statická reprezentace systému:

- **místa** (places)
- **přechody** (transitions)
- **hrany** (arcs)

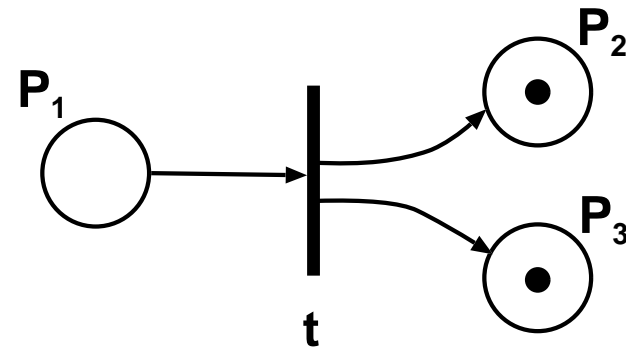
Složky Petriho sítě – reprezentace *dynamiky (změn)* systému:

- **značky** (tokens)

Před provedením přechodu t :



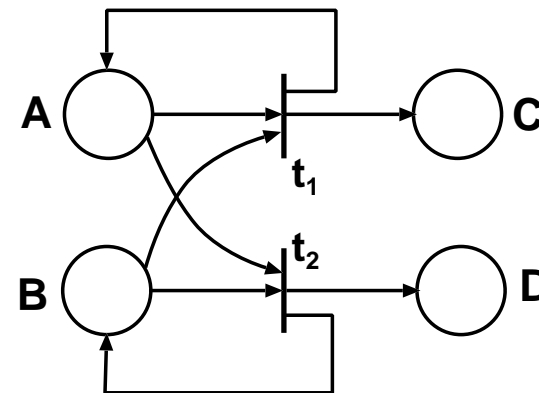
Po provedení přechodu t :



❖ Modelování podmíněnosti:

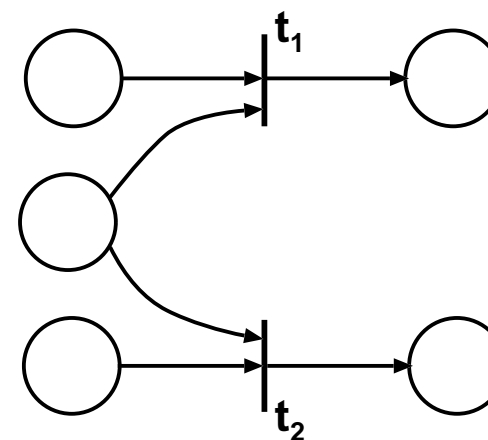
precondition: $A \wedge B$

postcondition: $(A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge D)$



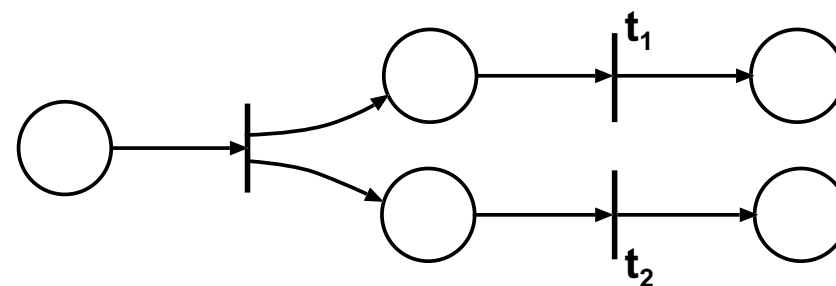
❖ Modelování vzájemné vyloučnosti:

t_1 a t_2 jsou vzájemně vyloučeny
(konfliktní přechody)

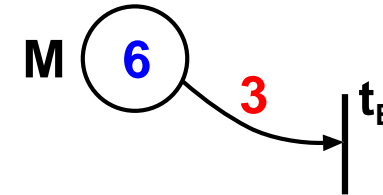
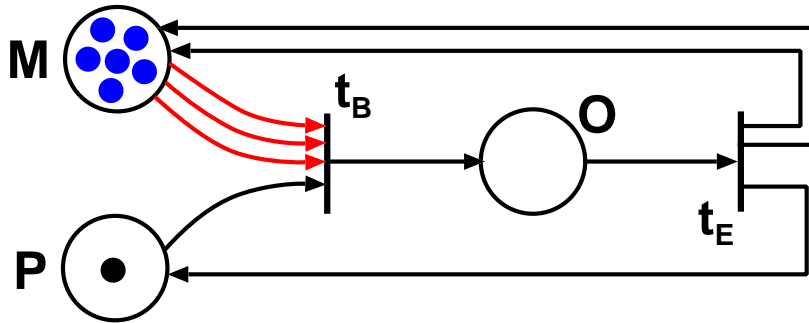


❖ Modelování paralelnosti (simultánnosti):

t_1 a t_2 jsou simultánní
(nezávislé přechody)



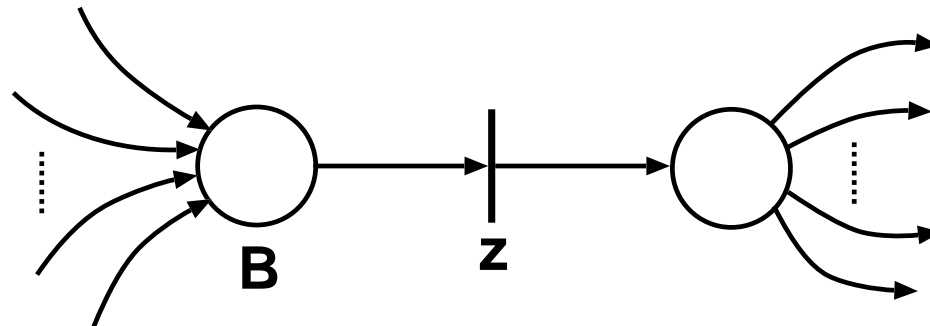
❖ Modelování požadavků na zdroje:



Interpretace míst a přechodů:

- M – počet volných paměťových bloků
- P – procesor je volný
- O – operace probíhá
- t_B – počátek operace
- t_E – konec operace

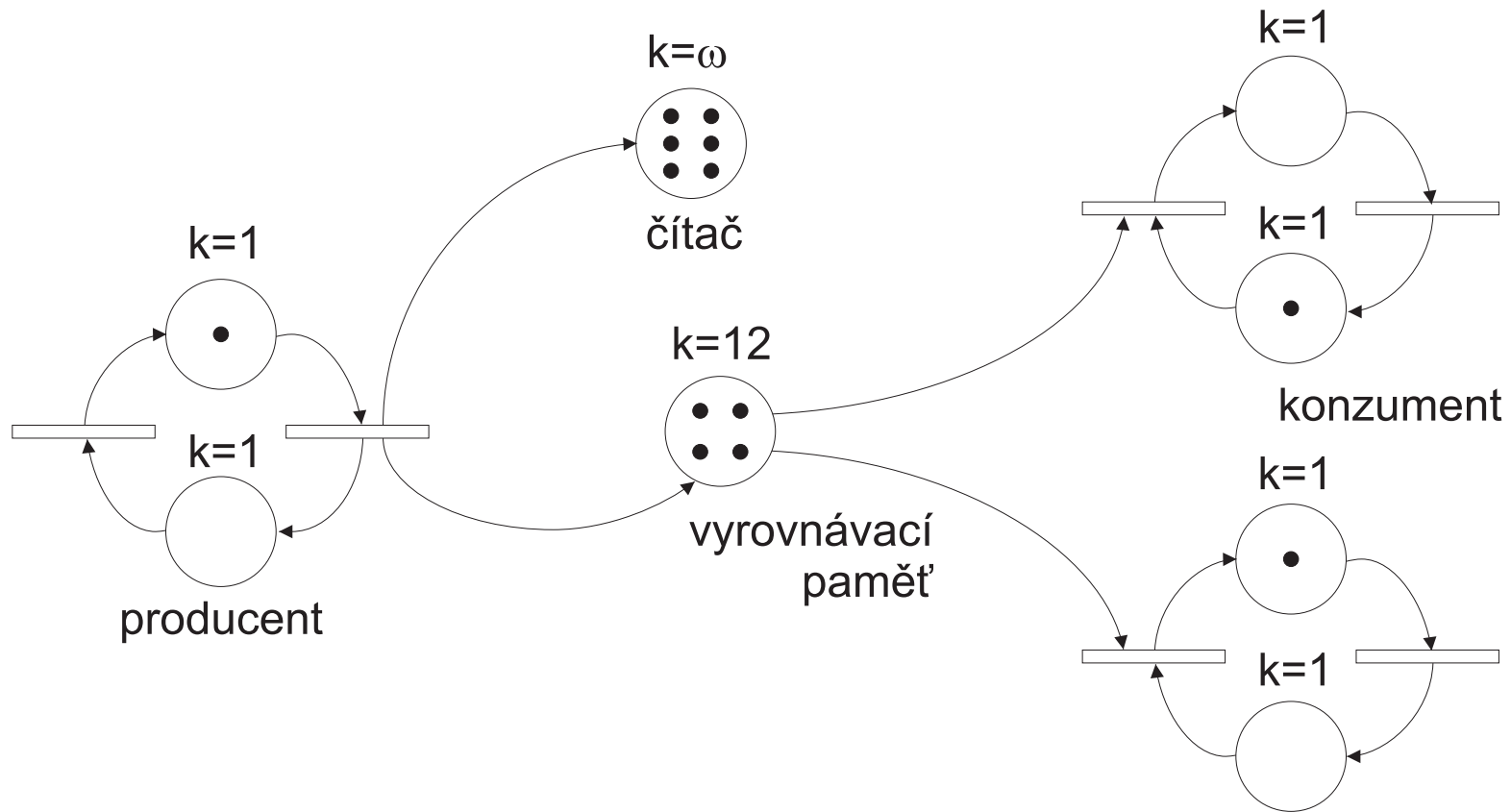
Poznámka: Problém vyrovnávacích pamětí (bufferů), front



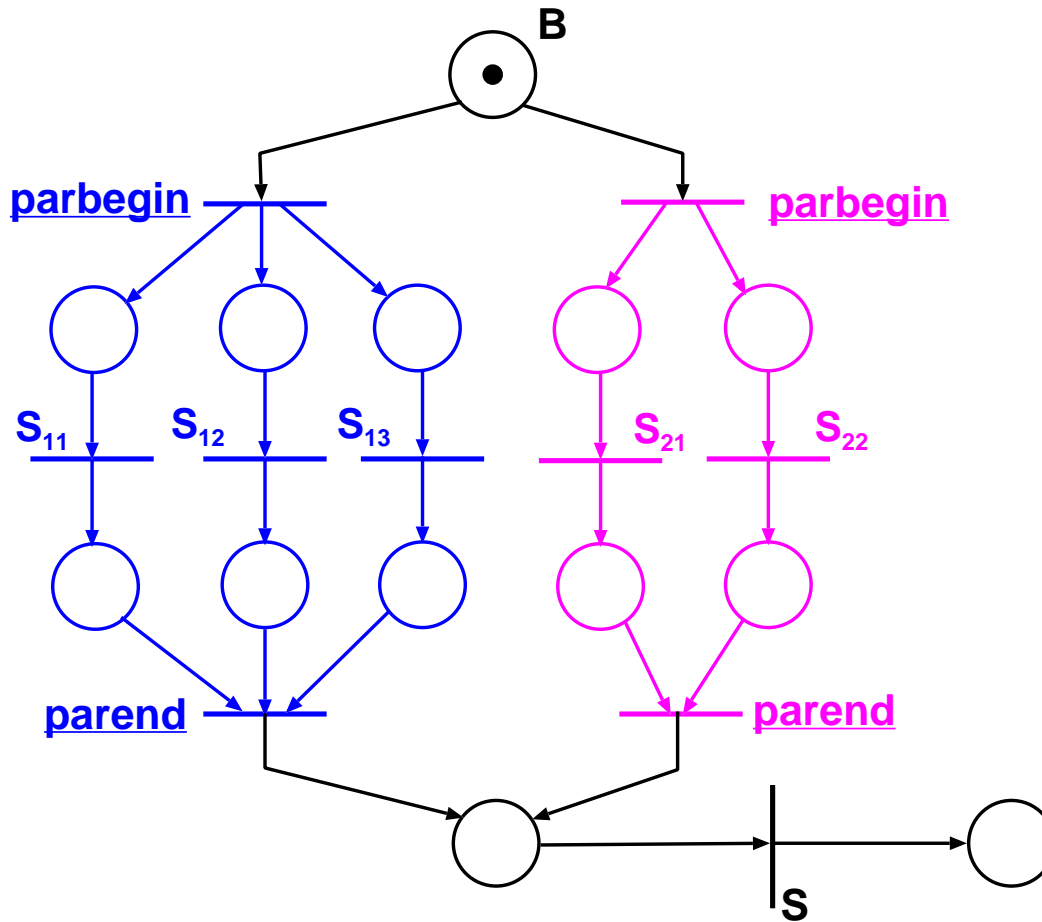
B : buffer, z zpracování položky

Nemůže dojít k přetečení B (bufferu, fronty)?

❖ Příklad 1: producent-konzument



❖ **Příklad 2:** model úseku paralelního programu



```

if B then
  parbegin
    S11;
    S12;
    S13;
  parend
else
  parbegin
    S21;
    S22;
  parend;
S;

```

2. Základní matematické definice

❖ **Definice 1.** Trojici $N = (P, T, F)$ nazveme **sítí** (net), jestliže:

1. P a T jsou disjunktní množiny
2. F je binární relace: $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$.

P nazýváme **množinou míst** (places)

T nazýváme **množinou přechodů** (transitions)

F nazýváme **tokovou relací** (flow relation)

❖ **Grafem sítě** nazveme grafovou reprezentaci relace F .

❖ Graf sítě je **bipartitní orientovaný graf** s množinou uzlů $P \cup T$ vrcholů.

❖ **Definice 2.** Necht' $N = (P, T, F)$ je síť.

1. Pro všechny prvky $x \in P \cup T$
 - $\bullet x = \{y \mid yFx\}$ se nazývá **vstupní množinou** (preset) prvku x ,
 - $x^\bullet = \{y \mid xFy\}$ se nazývá **výstupní množinou** (postset) prvku x .

Podobně pro množinu prvků: Necht' $X \subseteq P \cup T$, pak

$$\bullet X = \bigcup_{x \in X} \bullet x \quad \text{a} \quad X^\bullet = \bigcup_{x \in X} x^\bullet$$

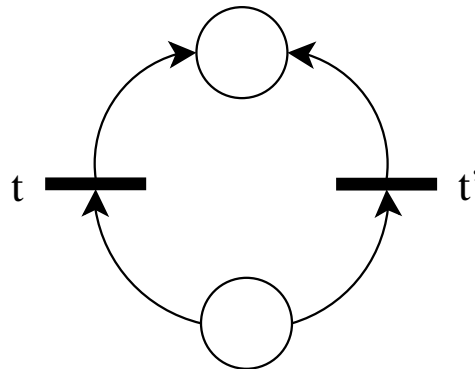
Zřejmě platí: $\boxed{\forall x, y \in P \cup T : (x \in \bullet y \Leftrightarrow y \in x^\bullet)}$

2. Uspořádaná dvojice $(p, t) \in P \times T$ se nazývá **vlastní cyklus**, pokud $pFt \wedge tFp$.
Síť, která neobsahuje vlastní cyklus, nazýváme **čistou sítí** (pure net).
3. Prvek $x \in P \cup T$ se nazývá **izolovaný**, jestliže $\bullet x \cup x^\bullet = \emptyset$.

❖ **Definice 2(a).** Necht' $N = (P, T, F)$ je síť. N se nazývá **jednoduchou sítí** (simple net), jestliže

$$\forall x, y \in (P \cup T) : (\bullet x = \bullet y \wedge x^\bullet = y^\bullet) \Rightarrow x = y$$

Příklad nejjednodušší sítě:



❖ **Definice 2(b).** Necht' $N_1 = (P_1, T_1, F_1)$ a $N_2 = (P_2, T_2, F_2)$ jsou sítě. Existuje-li bijekce $\beta : (P_1 \cup T_1) \rightarrow (P_2 \cup T_2)$ taková, že

1. $x \in P_1 \Leftrightarrow \beta(x) \in P_2$
2. $(x, y) \in F_1 \Leftrightarrow (\beta(x), \beta(y)) \in F_2$

pak N_1 a N_2 nazýváme **izomorfní**.