

# THE: Modely energetických trhů v ES ČR

Martin Hrubý

Brno University of Technology  
Brno  
Czech Republic

December 5, 2012

- ▶ Výzkum je spojen s dlouholetou spoluprací s Energetickým ústavem Brno (EGÚ Brno, a.s.)
- ▶ Trvá již cca 5 let.
- ▶ EGÚ Brno vyvíjí již od 60-tých let modely ES ČR (původně centrálně řízená soustava, od 90-tých let počátky vzniku volného trhu).
- ▶ Zkoumáme zdroje v síti, sítě, vyvedení výkonu do sítě, palivovou základnu, poptávku, ...
- ▶ Služby EGÚ jsou poptávány vládními organizacemi ČR, komerčními subjekty, veřejností.

Ukázka praktických modelů, seriózně míněných simulačních experimentů a poptávaných simulačních výsledků.

- ▶ MPO ČR – Ministerstvo průmyslu a obchodu České republiky.
- ▶ ČEPS, a.s. – Česká energetická přenosová soustava – technické zabezpečení fungování sítě.
- ▶ OTE ČR, a.s. – Operátor trhu s elektřinou (dnes již i s plynem) – zúčtování odchylek, organizování krátkodobého trhu s elektřinou.
- ▶ ERÚ – Energetický regulační úřad – kontroluje instituce, stanovuje pravidla, stanovuje regulované ceny.
- ▶ ÚOHS – Úřad pro ochranu hospodářské soutěže.

Dnes se do řízení zapojují i MŽP ČR, Evropská komise, ...

- ▶ Výrobci elektřiny zapojení do sítě a větší spotřebitelé jsou tzv. *subjekty zúčtování* (právní status).
- ▶ Výrobce a spotřebitel uzavřou bilaterální kontrakt na dodávku a spotřebu (časové vymezení, množství [MW]). Je registrováno na OTE.
- ▶ Měří se (OTE) jejich výroba a spotřeba a porovnává se s databází registrovaných kontraktů na dodávku a spotřebu.
- ▶ Pokud se subjekt zúčtování odchýlí od registrovaného stavu, je mu účtována odchylka (např. 4 tis. CZK/MWh).
- ▶ Lze uzavřít téměř libovolný kontrakt
  - ▶ Výrobce tuší, že se mu nepodaří dodržet dodávku. Může koupit elektřinu od jiného SZ a tím dodrží svůj přínos do ES ČR.
  - ▶ Spotřebitel tuší...najde si odběratele tak, že dodrží svůj odběr.

- ▶ Existuje SZ - tzv. REAS, který dodává domácnostem (ty nejsou SZ).
- ▶ Musí odhadnout jejich spotřebu a tu dopředu kontraktuje s výrobcí.
- ▶ Náročná predikce odběru, Typové diagramy dodávky (TDD).
- ▶ Pokud suma odběru domácností pod REASem spotřebuje více/méně než kontraktoval, je v odchylce.
- ▶ Domácnosti mají fixní cenu za MWh (v daném roce).

Maloobchodní cena pro domácnosti (podobně pro SZ-odběratele) je složena z regulovaných a neregulovaných složek:

- ▶ Platba za *silovou elektřinu* – vyrobená/dodaná/spotřebovaná elektrická energie.
- ▶ Platba za přenos elektřiny – poplatek rozvodné společnosti.
- ▶ Platba za rezervovaný výkon – udržování spojení k odběrateli.
- ▶ Platba za činnosti ČEPS – příspěvek na regulační služby.
- ▶ Příspěvek na provoz obnovitelných zdrojů – složka s budoucími problémy (značně poroste).
- ▶ Daň za elektřinu.

Cena za silovou elektřinu je předmětem konkurence, zbylé složky jsou regulovány výnosem ERÚ (každý rok vyhlašuje nové povolené ceny).

- ▶ Zodpovědnost za technický stav fungování ES ČR.
- ▶ Měří frekvenci v síti a dle ní usuzuje o stavu balancování mezi výrobou a spotřebou.
- ▶ Disbalance může způsobit vážné problémy ve výrobě a spotřebě.
- ▶ Balanci dorovnává aktivací tak zvaných Podpůrných Služeb (PpS), angl. auxiliary service.

## Podpůrné služby:

- ▶ Vybraní výrobci jsou schopni na požádání přidat nebo ubrat na svém výkonu.
- ▶ Služby: PR, SR, TP, TM, DZ90, Vltava.
- ▶ Výrobce předem uzavře kontrakt na *pohotovost ve službě*, v případě potřeby je *aktivována* jeho služba.
- ▶ Za pohotovost se ročně utratí cca 9 mld. CZK, cena za aktivace je neznámá.

# Regulační zdroje v soustavě. Proč potřebujeme uhlí?

Technická realizace točivé/netočivé regulační služby je dána typem zdroje.

- ▶ Zdroj musí být schopen libovolně na požádání aktivovat službu v libovolném časovém opakování.
- ▶ Moderní jaderné zdroje začínají tuto schopnost mít (zatím velmi omezeně).
- ▶ PpS jsou obvykle realizovány uhelnými a plynovými elektrárnami. Omezeně vodními (přítokové, akumulací).
- ▶ Na realizaci točivé služby je plynový blok příliš drahý.
- ▶ Uhlí je zatím jediná volba pro točivé služby.

Navíc uhlí potřebují teplárny.

Stavby nových přečerpávacích elektráren. Alternativní uložení energie.



- ▶ Výrobce může být kdokoliv, kdo splní zadané technické parametry a je připojen k síti jako (SZ, ...).
- ▶ Různé typy zdrojů.
- ▶ Paro-plynové zdroje – uhlí, plyn, biomasa.
- ▶ Vodní elektrárny – průtokové, akumulární (přečerpávačky, vodní kaskády).
- ▶ Jádru – Dukovany (4x440 MW), Temelín (2x1000 MW).
- ▶ Moderní "obnovitelné zdroje" – fotovoltaika, větrné parky.

- ▶ OTE registruje kontrakty a je schopno měřit aktuální dodržování kontraktu.
- ▶ Lze dohodnout libovolný diagram odběru (bilaterální kontrakty).
- ▶ Tradice (a stav nabídky a poptávky) vedou na dlouhodobé kontrakty - roční base load, měsíční base load, peak load.
- ▶ Uskutečnění kontraktu – bilaterálně, burzy (např. Lipská burza, Energetická burza Praha, Spot-market OTE).
- ▶ ČEPS vyhlašuje dlouhodobá výběrová řízení na pohotovost v PpS, vlastní krátkodobý trh s regulační energií.

Na burzách se obchoduje se standardizovanými komoditami.

- ▶ Očekáváme, že většina kontraktů na nadcházející rok je vždy uzavřena v dostatečném předstihu. Obchodování proběhne v krátké době.
- ▶ Smíme proto v modelu přistupovat k obchodování na příští rok jako k jednotahové hře.
- ▶ Roční base load (RZ) – konstantní dodávka/odběr ve všech hodinách roku (8760-84 hodin).
- ▶ Měsíční base load měsíce  $m$  (MZ[m]) – konstantní dodávka/odběr ve všech hodinách měsíce  $m$ .
- ▶ Bílá – kontrakty bez blokové struktury (dodávka/odběr je v každé hodině obecně jiná).

- ▶ ES ČR má dlouhodobě vývozní saldo.
- ▶ Z pohledu sítí je ES ČR bez sítových omezení (zatím). Do okolních soustav je ovšem nutno alokovat mezistátní profily na vedeních.
- ▶ Vývozní/dovozní mezistátní propoje jsou pochopitelně kapacitní omezení.
- ▶ ČEPS organizuje odprodej profilů formou aukce.
- ▶ Aukce, mechanism design – existuje spousta postojů, diskuze s výrobcí a obchodníky.
- ▶ Technická situace s mezinárodními (a národními) ES (problematické VE-T, PSE, APG).

# Poznámka o provozování obnovitelných zdrojů

- ▶ Větrné elektrárny, fotovoltaika, vodní elektrárny, spalování biomasy.
- ▶ Zdroje s predikovatelným/nepredikovatelným provozem.
- ▶ Garantované výkupní ceny (zákon), garantovaný odběr (distribuční společnost připojující zdroj, ze zákona je povinna vykupovat na "pokrytí provozních ztrát v síti").
- ▶ Distribuční společnost musí elektřinu "odebrat" – tzn., výrobce pro ni nemusí hledat odběratele.
- ▶ ...může se tedy dostat do odchylky a platit pokutu.
- ▶ Tyto zvýšené náklady jsou pochopitelně účtovány konečnému spotřebiteli.

Aktuálně je ve fotovoltaice instalováno 1000 MW výkonu (stav k 10.11.2010).

- ▶ Výrobce – chce prodat maximum svého instalovaného výkonu, maximalizovat svůj zisk (tržby-náklady).
- ▶ Spotřebitel – chce nakoupit maximum očekávaného odběru za minimální cenu.
- ▶ ČEPS – chce mít funkční ES (bezpečnost), dobře hospodařit s přidělenými prostředky (nákup pohotovosti, optimální zatížení mezistátních profilů). Dále zodpovědnost za aukce o přeshraniční profily.
- ▶ OTE – dobře účtovat odchylky, organizovat krátkodobý trh. Zodpovědná za zpracování predikce výroby a spotřeby.
- ▶ ERÚ, ÚOHS – chránit spotřebitele.

Výrobce má park zdrojů. Každý blok je dán:

- ▶ Instalovaným výkonem.
- ▶ Dostupným výkonem – časově proměnlivé (odstávky, havárie, teplárny–sdružená výroba tepla a elektřiny).
- ▶ Fixními náklady.
- ▶ Výrobními (proměnnými) náklady.
- ▶ Technická specifika provozu zdroje.
- ▶ Uplatnění regulačních (podpůrných) služeb.
- ▶ Palivo – dostupnost paliva je dnes problém (uhlí, plyn).

# Úvaha výrobce (zjednodušení pro model)

Výrobce sumarizuje své zdroje a plánuje následující rok:

- ▶ Množství pro dodávku RZ pro domácí spotřebitele.
- ▶ RZ pro export (kam?). Sázky v aukcích o přeshraniční profily.
- ▶ RZ pro převedení do MZ.
- ▶ RZ pro rezervaci pro PpS.
- ▶ MZ v jednotlivých měsících – tuzemsko, export, služby.
- ▶ Kontrakty na krátkodobém trhu (bílá elektřina, PpS).
- ▶ Dodržení kontrahovaného odběru paliva.
- ▶ Optimální zacházení s povolenkami (od roku 2013 změna v legislativě EU).



Spotřebitel je komplikovanější:

- ▶ Kdo je spotřebitel? Jsou to jenom SZ, takže očekáváme racionální predikci odběru a snahu kontrakty dodržet.
- ▶ Všichni spotřebitelé mají stejné chování, můžeme je tudíž agregovat do jednoho strategického hráče.
- ▶ Predikce odběru (poptávky) je výsledkem jiných predikčních modelů – pro naše modely je to vstup.
- ▶ Kupující může svoji poptávku pokrýt od různých výrobců, složením různých komodit.

- ▶ MSP – Model střeoevropského prostoru (zavádí agregované výrobce a spotřebitele v ČEPS, SEPS, PSE, VE-T, E.ON, APG, HU, UA). Cílem je odhadnout trendy na mezinárodních vedeních, převládající ceny hlavních komodit (RZ,MZ) v jednotlivých soustavách.
- ▶ MDK – Model dlouhodobých kontraktů – predikce kontraktů RZ,MZ,PpS,Bíla v ČEPS.
- ▶ Hodinový model – dlouhodobé kontrakty na pohotovost (PR,SR,TP,TM), týdenní kontrakty na elektřinu, model krátkodobého trhu s elektřinou a PpS.

- ▶ OTE je ze zákona povinna zpracovávat výhledy výroby a spotřeby v ČR na krátkodobé (1, 5 let) a dlouhodobé období (30 let) – tzv. bilance.
- ▶ Tradičně je zpracovává EGÚ Brno (je to ovšem podmíněno výhrou v konkurzu na dodávku této studie).
- ▶ Kromě bilancí se zpracovávají další studie.

Cílem je ukázat průběh kontraktů, cen, spotřeby paliva, zabezpečení teplárenství v daném časovém výhledu. Ukážeme, jestli elektroenergetika bude schopna fungovat a spotřebitelé budou mít možnost odebrat potřebnou elektřinu.

Současně ukážeme způsob řízení chodu soustavy v daném období.

# Otázka predikovaných cen za jednotlivé komodity

- ▶ Vývoj cen za elektřinu a PpS je pochopitelně zajímavý. Je to komplikovaný problém daný stavem instalovaných zdrojů, poptávky a legislativy.
- ▶ Není to ovšem hlavní poptávaný výsledek z modelů. Především je třeba ukázat, za jakých okolností se soustava (kde se pohybují racionální hráči) zabezpečí – dodávka, říditelnost soustavy, podpůrné služby. *Kolik soustava zvládne vyvézt elektřiny bez většího poškození domácích odběratelů.*
- ▶ Pro současnou energetiku je hlavním současným cenotvorným prvkem legislativa EU týkající se emisních povolenek (německé ceny).

Emisní povolenky jsou fenomén současné elektro-energetiky.  
Změny legislativy od roku 2013.

# Prognostika – co je cílem?

- ▶ Chce se po nás věštba o stavu komplikovaného systému ve výhledu 1-30 let.
- ▶ Předpokládáme, že si všichni uvědomují "komplikovanost" toho problému.
- ▶ Prognóza je expertní stanovisko opřené o znalost situace a trendů, a se značnou podporou počítačové simulace.

Předpokládáme, že nikdo v dané chvíli nemá lepší názor na stav věci a proto se ptají nás.

- ▶ Je to strategická nekooperativní hra s ne-nulovým součtem mnoha hráčů (MSP – 8 výrobců, 8 spotřebitelů. MDK - 8/9 výrobců).
- ▶ Hráč výrobce je dán svými zdroji.
- ▶ Množina strategií výrobce.
- ▶ Sestavení jeho užitkových funkcí.
- ▶ Stanovení preferenční relace výrobce.
- ▶ Výpočet ohodnocení užitkem všech strategických profilů.
- ▶ Analýza hry, stanovení ekvilibria (korelované ekvilibrium – proč?).

- ▶ Výrobce se chce uplatnit v kontraktech na RZ, MZ, PpS (dlouhodobé kontrakty), Bílá.
- ▶ Ceny – každá komodita má jinou cenu.
- ▶ Chce zaplatit fixní náklady.
- ▶ Optimálně pracovat s palivy (značné omezení).
- ▶ Maximalizovat užitek.

Výrobce musí rozhodnout několik samostatných problémů.

# Multi-kriteriální versus Mono-kriteriální rozhodování

- ▶ Představme si model oligopolní situace (Cournot, Bertrand).
- ▶ Hráč si klade otázku: jakou mám zvolit cenu?
- ▶ Hráč volí strategii, která reprezentuje odpověď na jeho otázku. Je to "cenová strategie".
- ▶ Co znamená to slovo "strategie" implementačně? *Je to label pro nějakou akci.*
- ▶ Pokud je hráčova otázka složitější (týká se více sub-rozhodnutí), je i pojetí akce složitější (strukturované, multi-dimensionální).

Příklad: Rozhodnutí o ceně a nabídnutém množství komodity – strategie má dvě složky rozhodnutí.



Předpokládejme, že stále pod pojmem  $S_i = \{s_1^i, s_2^i, \dots\}$  vidíme množinu strategií (akcí) hráče.

Pokud si hráč klade otázku, jejíž obor hodnot je v intervalu  $D^i$ , pak  $S_i = D^i$ .

Pokud má hráč více-kriteriální problém, který musí rozhodnout otázky s obory hodnot  $D_1^i, D_2^i, \dots, D_{M_i}^i$ . Pak je

$$S_i = D_1^i \times D_2^i \times \dots \times D_{M_i}^i$$

a strategie  $s_j^i \in S_i$  jsou vektory  $s_j^i = (d_1, d_2, \dots, d_{M_i})$ , kde  $d_j$  je sub-rozhodnutí problému  $D_j^i$  v rámci akce  $s_j^i$ .

# Jak lze tento problém řešit simulačně?

- ▶ Musí existovat počítačový program (simulační model), který zkoumá racionální chování hráčů.
- ▶ Simulace je numerická metoda, pracujeme v diskrétních proměnných, tzn. diskrétních strategiích.
- ▶ Diskrétní množina strategií – obor hodnot rozhodovacího problému musíme ohraničit a diskretizovat.
- ▶ Beztoak nelze uvažovat rozhodování v  $S_i = (-\infty, \infty)$

## Model s diskrétními množinami strategií

- ▶ Jak dopadne Cournot-Nashovo ekvilibrium, pokud původně spojité množiny strategií diskretizujeme.

$$S_i = (-\infty, \infty) \Rightarrow S_i = \langle \min_i, \max_i \rangle$$

$$S_i = \langle \min_i, \max_i \rangle \Rightarrow S_i = \{ \min_i, \min_i + \text{step}, \min_i + 2 \cdot \text{step}, \dots, \max_i \}$$

- ▶ Dostaneme se ke hře s konečnými množinami strategií (konečná hra).
- ▶ Můžeme se domnívat, že ze spojitých strategií s ryzím ekvilibriem dojdeme k diskrétním strategiím se smíšeným ekvilibriem.
- ▶ Můžeme se domnívat, že bude v diskrétních strategiích existovat ryzí NE.

Jak interpretujeme diskretizaci rozhodovacích problémů (cena, množství)? Je spojité (Cournotův) přístup validní?

# Vnitřní a vnější model

- ▶ Vnější model je dán hrou  $\Gamma = (Q; \{S_i\}_{i \in Q}; \{U_i\}_{i \in Q})$
- ▶ Hledáme ekvilibrium  $s_\Gamma^* = (s_1^*, s_2^*, \dots)$  v této hře, je to predikce chování hráčů v situaci  $\Gamma$ . Strategie  $s_i^* \in S_i$  pak ukazují rozhodnutí hráčů (multi-kriteriální).
- ▶ Množinu hráčů  $Q$  sestavíme.
- ▶ Vymyslíme hráčům jejich rozhodovací problémy (UI si ještě není schopna sama položit problém a ten řešit) a z toho jejich  $\{S_i\}_{i \in Q}$ .

Vážnější problémy:

- ▶ Co jsou  $U_i$ ? Jak je získáme?
- ▶ Až je získáme, co je řešením (solution concept) v této situaci? To je značně delší diskuze (MNE, Stackelberg, CE) – berme zatím v úvahu CE

Opakování: profil  $s = (s_1, s_2, \dots, s_N) \in S$  je jednou hypotetickou situací, kdy hráči táhnou strategie  $s_i$ . Užitékové funkce  $U_i : S \rightarrow \mathbb{R}$  "vrací" jejich užitek v této situaci.

- ▶ Modelujeme celkovou strategickou situaci, musíme tedy modelovat důsledek každé  $s \in S$ .
- ▶ Navrhujeme funkci *cellModel* :  $S \rightarrow \mathbb{R}^N$ .
- ▶ Hra  $\Gamma$  je pro nás *vnější model* a procedura/funkce *cellModel* je *vnitřní model*.
- ▶ Implementačně můžeme k  $U_i$  (nebo  $U$ ) přistupovat jako k N-dimenzionální matici (paměťové struktuře). Implementace tohoto ADT.

```
for s in S do
    U[s] := cellModel(s)

result := equilibriumSolver(Q,S,U)
```

- ▶ Takto pracuje UI ve svém základním pojetí.
- ▶ Tušíme algoritmickou časovou a paměťovou složitost problému.
- ▶ Jak dlouho se vyčísluje jedna invokace *cellModel*?
- ▶ Jak velký může být prostor profilů *S*?

# Simulační řešení (základní úloha)

Porovnání s analytickým modelem: jako vždy, simulační model je jednodušší pro konstruktéra, ale náročnější pro počítač (to nám nevadí).

Formulace základních očekávání od koncepce vnější–vnitřní model:

- ▶ Modelář formuluje  $Q$ ,  $\{S_i\}_{i \in Q}$  a *cellModel*. Zvolí solution concept.
- ▶ Existuje knihovna (počítačový mechanismus), která obdrží formulaci zadání a vrátí výsledek (nějaká forma ekvilibria, analýza situace).
- ▶ Knihovna nezná implementaci *cellModel* a význam strategií – to je abstrahováno.
- ▶ Knihovna optimálním způsobem provede výpočty potřebné k dosažení výsledku.
- ▶ Knihovna zřejmě implementuje inteligentnější mechanismus, než je "základní algoritmus".

Chceme, aby Knihovna neznala vnitřní podstatu *cellModel*, což je obvykle základní předpoklad pro sestavení heuristiky.

- ▶ Knihovna ovšem může hodně usoudit z vypočítávaných užitků.
- ▶ Dominance strategií – základní herně-teoretický princip použitelný jako opěra pro heuristiku.
- ▶ Převod na ekvivalentní hru v redukovaném prostoru profilů.
- ▶ Cílem je oddělit výzkum Knihovny a jejího mechanismu výpočtu od vnitřního modelu *cellModel*.
- ▶



# Model dlouhodobých kontraktů (MDK)

Modelujeme především výrobce.

- ▶ Komodity: RZ, MZ (12x), Bílá (hodinový průběh), PpS (roční pásmo obecné kladné rezervy).
- ▶ Hráči: 8/9 největších producentů v ČR.
- ▶ Připouští se export/import: SEPS, PSE, VE-T, E.ON, APG (kapacity a ceny profilů jsou vstupem)
- ▶ Poptávka v ES ČR je vstupem (hodinový průběh - 8760-84 hodnot).
- ▶ Uhlí,  $CO_2$ , technické možnosti výroby, teplárenství, pohotovost ve službách, ...

- ▶ Množina všech hodin v roce  $H = \{1, 2, \dots, 8760\}$ .
- ▶  $M = \{1, \dots, 12\}$
- ▶  $MD(m \in M) = \{h \in H \mid h \text{ je hodina měsíce } m\}$
- ▶  $Mesic(h \in H) = m; h \in MD(m)$
- ▶

V dalších modelech zavádíme pracovní dny a dny pracovního klidu (víkendy, státní svátky).

Výrobce  $i$  má množinu bloků  $B_i = \{b_1^i, b_2^i, \dots\}$ . Nechť  $B = \cup_i B_i$ . Blok  $b_j^i$  je charakterizován:

- ▶  $Inst : B \rightarrow \mathbb{R}$  je instalovaný výkon.
- ▶  $Phmin : B \times H \rightarrow \mathbb{R}$  je minimum možného disponibilního výkonu.
- ▶  $Phmax : B \times H \rightarrow \mathbb{R}$  je maximum možného disponibilního výkonu.
- ▶  $Prom : B \times H \rightarrow \mathbb{R}$  je výrobní cena na 1 MWh.
- ▶  $Fix : B \rightarrow \mathbb{R}$  jsou fixní náklady na 1 MWh instalovaného výkonu.
- ▶

Hráč  $i$  tedy v každé hodině disponuje výkonem:

$$Disp_i(h) = \sum_{b \in B_i} Ph_{max}(b, h)$$

Roční minimum  $Disp_i$  dává možnou výrobu hráče v RZ:

$$Disp_i^{RZ} = \min_{h \in H} Disp_i(h)$$

Měsíční minima po odečtení  $Disp_i^{RZ}$  jsou:

$$Disp_i^{MZ}(m) = \min_{h \in MD(m)} [Disp_i(h)] - Disp_i^{RZ}$$

$$Disp_i^{Bila} = Disp_i(h) - Disp_i^{MZ}(Mesic(h)) - Disp_i^{RZ}$$

Podobně je poptávka rozložena do  $Pop^{RZ}$ ,  $Pop^{MZ_m}$  a  $Pop^{Bila}$ .

- ▶ Požadujeme, aby  $Pop^{RZ}$ ,  $Pop^{MZ_m}$  byla pokryta zcela z domácích zdrojů a dovozem.
- ▶ Požadujeme, aby  $Pop^{Bila}$  byla pokryta z domácích zdrojů v dostatečné míře (připouští se ... hodin nedodávky, sumární nedodávka, maximum nedodávky).
- ▶ Kupující rozlišuje pouze podle ceny.
- ▶ Realizace komodity je tím u každého hráče stejně kvalitní (homogenní produkt).

Hráč musí svoji produkci rozdělit na trhy a komodity. Musí stanovit cenu.

- ▶  $C_{ref}^i$ : Požadovaná cena za RZ (minimální) – hráč neprodá RZ pod tuto cenu. Cena RZ je určující. Ceny PpS.
- ▶  $RZ_i^D$ : RZ domů.
- ▶  $RZ_i^E$ : RZ export.
- ▶  $RZ_i^M$ : RZ rezervace MZ.
- ▶  $RZ_i^P$ : RZ rezervace PpS.
- ▶  $RZ_i^B$ : RZ rezervace Bílá.
- ▶ Další složky rozhodování nebudeme zde zavádět (způsob nakládání s uhlím, emisní povolenky, ...).

Zřejmě musí být:

$$RZ_i^D + RZ_i^M + RZ_i^P + RZ_i^B + RZ_i^E \leq Disp_i^{RZ}$$

Rozhodovací problémy hráče udávají i jeho multi-kriteriální rozhodování a tím i formát strategie.

Strategie hráče  $i$  je tedy struktura:

$$(C_{ref}^i, RZ_i^D, RZ_i^E, RZ_i^M, RZ_i^P, RZ_i^B) \in \text{Ceny} \times \text{Rel} \times \text{Rel} \times \text{Rel} \times \text{Rel} \times \text{Rel}$$

- ▶  $\text{Ceny} = \{0, 1, 2, \dots, \text{MAXcena}\}$  [CZK]
- ▶  $\text{Rel} = \langle 0, 1 \rangle$ , implementujeme relativní strategie (vztaženo k  $\text{Disp}_i^{RZ}$ )
- ▶  $RZ_i^D + RZ_i^E + RZ_i^M + RZ_i^P + RZ_i^B \in \langle 0.95, 1 \rangle$
- ▶ Generování  $S_i$  z konfiguračního souboru.
- ▶  $|S_i|$  může být velké číslo.

Příklad:

- ▶  $Ceny = 1500 : 2000 : 20$
- ▶  $rozsah(RZ_i^D) = 0.7 : 1.00 : 0.05$
- ▶  $rozsah(RZ_i^E) = 0 : 0.10 : 0.02$
- ▶ ...

Model generuje množiny strategií z podobného "předpisu". Pro jednoho hráče jsou to desítky až desítky tisíc strategií.

Pokud v průměru  $|S_i| = 100$ , pak při osmi hráčích  $100^8 = 10^{16}$  profilů.



- ▶ Máme  $Q$ , máme  $\{S_i\}_{i \in Q}$ .
- ▶ Potřebujeme *cellModel*.
- ▶ Potřebujeme mechanismus výpočtu ekvilibria (resp. redukce hry a následně výpočtu ekvilibria).
- ▶ Interpretujeme výsledek.
- ▶ Statistické zhodnocení výsledného stavu daného ekvilibriem.

Předpokládejme Cournotův oligopol, tzn. cenové strategie. Fáze činnosti v profilu  $s \in S$ :

1. Nabídka – hráči  $i$  si uvědomí, kolik jsou ochotni nabídnout za cenu  $s_i$  – množství  $m_i$ .
2. Zobchodování – kupující převezme nabídky  $m_i$ , seřadí je vzestupně podle ceny  $s_i$ . Nakoupí až po *demand* (fixní nebo flexibilní dle cen) –  $a_i$  jsou akceptovaná (prodaná) množství.
3. Výroba – hráči sestaví svou výrobu na produkci  $a_i$ . Vyhodnotí svůj zisk  $U_i(s) = a_i \cdot s_i - cost_i(a_i)$ .

V podobných fázích pracuje i *cellModel* v MDK.

Nabídka je struktura:

$Nab = (i, zp, mn_n, mn_v, mn_a, cena, bid)$

- ▶ Hráči podají své nabídky

$$(i, CEPS, RZ_i^D \cdot Disp_i^{RZ}, RZ_i^D \cdot Disp_i^{RZ}, 0, C_{ref}^i, 0)$$

na trh  $Nab_{CEPS}$ .

- ▶ Z okolních soustav se vytvoří nabídky pro import do ČEPS. Cena dovozu je dána cenou v zahraničí navýšenou o dovozní poplatek za mezistátní profil.
- ▶  $Nab_{CEPS}$  obsahuje veškeré nabídky do soustavy ČEPS reprezentované jedním kupujícím.

- ▶ Sebrané nabídky  $Nab_{CEPS}$  se seřadí sestupně podle ceny.
- ▶ Kupující z nich pokryje svou poptávku  $Pop^{RZ}$ . Elasticita poptávky (se zvyšující se cenou).
- ▶ Transformuje seznam  $Nab_{CEPS}$  tak, že do atributu  $mn_a$  umístí množství, které z této nabídky akceptoval.
- ▶ Část poptávky je nepokrytá –  $Zbylo^{RZ}$ .
- ▶ Část nabídky je neprodaná –  $Zbylo_i^{RZ}$ .
- ▶ Část dovozu je nevyužitá – nabídne se v měsících.

Komodita PpS v ročním pásmu je abstrakcí obecné kladné točivé rezervy.

- ▶ Totožné se zobchodováním RZ.
- ▶ V PpS nepřipouštíme dovoz (přesto nějaký existuje).
- ▶ Cena PpS může být součástí multi-d. strategie nebo vstupem.
- ▶ Tato složka má ukázat cenu, u které jsou výrobci ochotni neprodat výkon, ale nabídnout ho v záloze.
- ▶ Zřejmě cena pohotovosti musí pokrýt přinejmenším ušlý zisk z neprodeje elektřiny (zase úspora emisních povolenek – co s nimi – prodat/využít jinde).

V dřívějších verzích MDK bylo součástí strategie i pásmo, ve kterém obchodník dobrovolně nevyráběl, aby ušetřil zdroje a povolenky.

Vnitřní hra v rámci instance *cellModel*.

- ▶ Hráč stojí před problémem, že alokoval  $RZ_i^E \cdot Disp_i^{RZ}$  pro vývoz do sousedních soustav, ale přemýšlí kam (SEPS, PSE, APG, VE-T, E.ON).
- ▶ V každé soustavě je známa cena za RZ, je známa cena za profil (pokud je požadováno více než je možnost kapacity) a kapacita profilu. Hráči přemýšlí o sázce v aukci o profily.

Několik forem implementace v MDK.

- ▶ Hráč chce spekulovat na cenu profilu, pak se hraje hra o optimální výnos, kde je modelována aukce o profily. Strategie je kombinace vývozních zemí a koncepcí sázek.
- ▶ Hráč je risk-averse a nabízí maximální cenu. Hra se strategiemi – země.
- ▶ LP-úloha s maximalizací užitku pro společnost (dává taky validní výsledky)

Do zobchodování v MZ-pásmu postupují neprodané výrobní kapacity z RZ a neuspokojená poptávka v RZ. Přesunují se sem i neprodané export/importní kapacity (s přehodnocenými cenami transportu).

- ▶ Pokud se v RZ uvažovala elasticita poptávky, pak v MZ již ne (i kupující je teď risk-averse).
- ▶ Výpočet ceny požadované za 1 MWh v pásmu MZ (zhodnocený zisk v RZ, výroba v daném měsíci) – předpokládáme měnící se skladbu zdrojů.
- ▶ Jinak fakticky stejně jako v RZ, pouze neuvažujeme PpS.

- ▶ Hráči sumarizují svoje kontrakty v RZ a MZ do všech sítí.
- ▶ Vyhodnotí svůj zbylý disponibilní výkon v každé hodině, vyhodnotí průměrné náklady na dodávku zbylého disponibilního výkonu.
- ▶ V rámci Bílé neočekáváme na úrovni MDK strategické úvahy. Obchoduje se podle nabízených vypočtených cen (možná s přiměřeným ziskem).
- ▶ Je třeba vyhodnotit dostupnost výkonu pro pokrytí Bílé (obvykle 10-15 TWh).



- ▶ Hráči znají své kontrakty RZ+MZ+Bílá –  $Contracted_i(h \in H)$ . Vyhodnotí tržby.
- ▶ Je třeba sestavit výrobu na pokrytí závazků.
- ▶ Optimalizace výroby na 8760 hodin roku, kde v každé hodině očekávám obecně jinou výrobu je dána 8760 LP-úlohami pro každého hráče (nebo dohromady všechny). Zjistím tím výrobní náklady.

$$Prodc_i = \sum_{h \in H} Prodc_i(h, Contracted_i(h))$$

- ▶ Fixní náklady jsou pevně  $Fixc_i =$  (přes všechny zdroje výrobce).
- ▶  $U_i(s) = Rev_i - Prodc_i - Fixc_i$ . Náklady na emisní povolenky.

- ▶ Je vyhodnocen užitek hráčů pro jeden profil  $s \in S$ .
- ▶ Poměrně náročný výpočet (datové struktury, přesuny dat, řazení nabídek, LP-úlohy).
- ▶ Lze provést, pokud je  $|S| \gg 10^7$  ???
- ▶
- ▶

# Motivace pro redukci

- ▶ Výpočet *cellModel* provedený  $|S|$ -krát je nemyslitelný.
- ▶ Výsledné funkce (paměťová struktura)  $U : S \rightarrow \mathbb{R}^N$  se nevejdou do paměti.
- ▶ Výpočet ekvilibria (libovolné formy) v prostoru profilů  $S$  není algoritmicky možný.

Situace se změní, pokud hru redukuje na její strategický ekvivalent.

- ▶ Předpokládáme, že pro hráče dává smysl jenom několik málo strategií z jeho  $S_i$ .
- ▶ ... není ovšem možné je identifikovat "ručně" (role experimentátora).
- ▶ Předpokládáme, že hráč je schopen odlišit strategie striktní preferencí.

Předpokládáme prostor strategických profilů  $|S| < 10^{30}$ .

- ▶ Metoda redukce zadané hry na její best-response ekvivalent, který je značně menší (počet strategií hráčů).
- ▶ Vstup:  $\Gamma = (Q; \{S_i\}_{i \in Q}; \{U_i\}_{i \in Q})$ .
- ▶ Výstup:  $\Gamma' = (Q; \{S'_i\}_{i \in Q}; \{U'_i\}_{i \in Q})$ , která je best-response ekvivalentní ke  $\Gamma$ .
- ▶ Zajímá nás časová a paměťová složitost redukce.
- ▶ Důležitá je jistota, že  $\Gamma'$  je skutečně ekvivalentní ke  $\Gamma$  – ekvilibrium v  $\Gamma'$  je totožné k ekvilibriu v  $\Gamma$ .

## Definition

A game  $\Gamma^R = (Q; (S^R)_{i \in Q}; (U^R)_{i \in Q})$  is a BR-reduction of  $\Gamma$  if:

- ▶  $S_i^R \subseteq S_i$  for all  $i \in Q$
- ▶  $BR_i(\Gamma^R) \subseteq BR_i(\Gamma)$  for all  $i \in Q$
- ▶  $\forall s^* \in PNE(\Gamma) : s^* \in S^R$

# Graf dosažitelných profilů (GRP – Graph of Reachable Profiles)

- ▶ Jádrem FDDS je konstrukce grafu, který udržuje rozpracovaný výsledek redukce.
- ▶ V určitém stavu konstrukce grafu je redukce dokončena a z grafu je extrahována výsledná redukovaná hra.
- ▶ Uzlem grafu je struktura  $(s, Q_a, Q_r)$ , kde  $s \in S$ ,  $Q_a, Q_r \subseteq Q$ .  $Q_a$  je podmnožina hráčů, kteří s profilem "souhlasí",  $Q_r$  pak nesouhlasí.
- ▶ Graf zobrazuje strategické vazby mezi profily.
- ▶ Analýza GRP.

## Definition

Graf dosažitelných profilů dané hry  $\Gamma = (Q; \{S_i\}_{i \in Q}; \{U_i\}_{i \in Q})$  je dvojice  $GRP = [V, E]$ , kde

- ▶  $V$  je množina uzlů grafu. Uzlem grafu  $v \in V$  je struktura  $v = (s, Q_a, Q_r)$ , kde  $s \in S$ ,  $Q_a, Q_r \subseteq Q$ .  $Q_a$  je podmnožina hráčů, kteří s profilem "souhlasí",  $Q_r$  pak nesouhlasí. Souhlasí ti hráči  $i$ , pro které je  $s_i \in BR_i(s_{-i})$ .
- ▶  $E \subseteq V \times V \times Q$  je množina hran  $e = (v_1, v_2, i)$ , které dokumentují, že hráč  $i$  v profilu  $s$  daném vrcholem  $v_1 = (s, -, -)$  nesouhlasil a přešel do profilu  $s'$  daném vrcholem  $v_2 = (s', -, -)$ .

Hrany jsou zavedeny pouze pro dokumentační účely.

## Definition

Mějme graf dosažitelných profilů  $GRP = [V, E]$  hry  $\Gamma = (Q; \{S_i\}_{i \in Q}; \{U_i\}_{i \in Q})$ . Vrchol  $v = (s, Q_a, Q_r) \in V$  se nazývá vyřešený, pokud  $Q_a \cup Q_r = Q$ .

## Theorem

*Mějme graf dosažitelných profilů  $GRP = [V, E]$  hry  $\Gamma = (Q; \{S_i\}_{i \in Q}; \{U_i\}_{i \in Q})$ . Pokud existuje vyřešený vrchol  $v = (s, Q_a, Q_r) \in V$  takový, že  $Q_a = Q$  (implikuje  $Q_r = \emptyset$ ), pak  $s$  je PNE ve hře  $\Gamma$ .*

## Proof.

V takovém vrcholu  $v$  je  $\forall i \in Q : s_i \in BR_i(s_{-i})$ , což odpovídá definici PNE. □



## Definition

Mějme graf dosažitelných profilů  $GRP = [V, E]$  hry  $\Gamma = (Q; \{S_i\}_{i \in Q}; \{U_i\}_{i \in Q})$ . Množina dosažených profilů  $S_{res}$  je definována:

$$S_{res} = \{s | (s, Q_a, Q_r) \in V \wedge |Q_a| > 0\}$$

## Definition

Mějme graf dosažitelných profilů  $GRP = [V, E]$  hry  $\Gamma = (Q; \{S_i\}_{i \in Q}; \{U_i\}_{i \in Q})$ . Redukovaná hra  $\Gamma' = (Q; (S_i^r)_{i \in Q}; (U_i^r)_{i \in Q})$  generovaná z  $GRP$  je dána:

$$S_i^r = \{s_i | s \in S_{res}\}$$

$$U_i^r(s) = U_i(s); \forall s \in S^r; \forall i \in Q$$

Předpokladem pro rychlou konvergenci FDDS k redukované hře je kvalitní formulace preference hráče.

- ▶ Je celkem zřejmé, že u multi-kriteriálního rozhodování nelze posuzovat dvě  $s_1, s_2 \in S_i$  pouze podle užitku.
- ▶ Pripusťme, že  $cellModel(s)$  nevrací pouze  $\mathbb{R}^N$ , ale i sadu statistik.
- ▶ Preferenční relaci pak nedefinujeme nad užitky – dvojice  $(s, U_i(s))$  – viz  $BR_i$ .
- ▶ Preferenční relaci definujeme nad užitky včetně statistik.
- ▶ Zavedeme relaci  $\succeq_i \subseteq S \times S$ . Podobně  $\succ_i$ .
- ▶  $\succ_i(s^1, s^2)$  chápeme jako funkci, která vrací *true*, pokud hráč  $i$  hodnotí  $s^1$  lépe než  $s^2$ .

## Preferenční relace $\succ_i \subseteq S \times S$

Vycházíme z názoru, že v reálné situaci racionální hráč musí mít názor na striktní preferenci nad každými dvěma profily  $s^1, s^2 \in S$ .

- ▶ Neočekáváme, že hráč bude zkoumat preferenci nad celým  $S \times S$ .
- ▶ Spíše očekáváme, že hráč  $i$  bez pochyb zvolí unikátní  $s_i^b \in S_i$  v situaci  $s_{-i} \in S_{-i}$ . Tzn.,

$$BR_i(s_{-i}) = \{s_i^b\}$$

- ▶ Rozhodně tedy očekáváme, že

$$\forall s_{-i} \in S_{-i} : \forall i \in Q : |BR_i(s_{-i})| = 1$$

- ▶ Tento stav nazýváme *Hra s dobře rozlišitelnými strategiemi*.

Pozn.: Zatím nebyl zkoumán vztah mezi touto vlastností a existencí unikátního PNE ve hře.

## Příklad dobře rozlišující preferenční relace

Předpokládejme strategie ve formě (*price*, *amount*).

Předpokládejme, že  $s_1 = (10, 100)$ ,  $s_2 = (10, 200)$  a že existuje kontext  $s_{-i} \in S_{-i}$ , že v případě obou strategií hráč  $i$  prodá stejné množství *sold*.

Pak by  $U_i(s_1, s_{-i}) = U_i(s_2, s_{-i})$ . Kterou strategii má tedy hráč preferovat? Je mezi nimi opravdu indiferentní? Dá se mezi nimi rozlišit?

$\succ_i: S \times S \rightarrow \{true, false\}$

if ( $U_i(s) < U_i(s')$ ) return false;

if ( $U_i(s) = U_i(s')$ ) {

    if( $sold_i(s) > sold_i(s')$ ) return false;

    if( $amount_i(s) > amount_i(s')$ ) return false;

}

return true;

# Algoritmus konstrukce GRP

Při konstrukci GRP nás bude zajímat počáteční stav GRP, resp. množina počátečních vrcholů, resp. množina počátečních profilů  $S^0 \subseteq S$ .

Máme hru  $\Gamma = (Q; \{S_i\}_{i \in Q}; \{U_i\}_{i \in Q})$  a počáteční stav  $GRP = [V^0, \emptyset]$ , kde  $V^0 = \{(s, \emptyset, \emptyset) | s \in S^0\}$ .

- ▶ Zvolíme náhodně vrchol  $v = (s, Q_a, Q_r) \in V^0$  a náhodně  $i \in Q \setminus (Q_r \cup Q_a)$ .
- ▶ Klademe si otázku, jestli  $i$  souhlasí se  $s$ . Pokud je  $BR_i(s_{-i}) \neq s_i$ , pak nesouhlasí a preferuje v takovém kontextu  $s_i^b = BR_i(s_{-i})$ .
- ▶ Pokud  $(s_i^b, s_{-i}) \notin GRP$ , pak je přidán uzel  $((s_i^b, s_{-i}), \{i\}, \emptyset)$ .
- ▶ Pokud existuje  $v' = ((s_i^b, s_{-i}), Q'_a, Q'_r) \in GRP$ , pak je  $i$  přidán do  $Q'_a$ .
- ▶ Pokud hráč souhlasí se  $s$ , pak je přidán do  $Q_a$ .

Vstup: hra  $\Gamma = (Q; \{S_i\}_{i \in Q}; \{U_i\}_{i \in Q})$ ,  $S^0$

Výstup: redukovaná hra  $\Gamma'$  generovaná z GRP

Popis algoritmu (značně neformální popis):

1. V každém kole  $k$  vytváření GRP:
2. Nechť  $v \in V^k$  je uzel, který není vyřešený. Pokud neexistuje takový uzel  $v \in V^k$ , pak algoritmus končí.
3. Zvol náhodně hráče  $i$ , který v uzlu  $v$  ještě nebyl na tahu.
4. Vyhodnoť krok viz předchozí slajd.

# Složitostní charakteristiky algoritmu vytváření GRP

- ▶ Složitost samotných operací algoritmu nezkoumáme, zajímá nás počet invokací vnitřního modelu (ten nese největší časovou zátěž).
- ▶ V každém kroce je tedy  $cellModel(s)$  invokován  $|S_i| - 1$  krát pro výpočet  $BR_i(s_{-i})$ .
- ▶ Pokud do výpočtu zařadíme cache, která si pamatuje již vypočtené užitky (a související statistiky), pak se tento počet značně sníží.
- ▶ Složitost výpočtu pochopitelně ovlivňuje  $|S^0|$ .
- ▶ Největší vliv má ovšem preferenční relace, tedy  $|BR_i(s_{-i})|$ .

# Jaká musí být $S^0$ ?

Jaká musí být počáteční množina profilů  $S^0$ , aby algoritmus neobešel některé profily s charakterem ekvilibria?

## Definition

Mějme hru  $\Gamma = (Q; \{S_i\}_{i \in Q}; \{U_i\}_{i \in Q})$ . Množinu  $S_{SIC}(\Gamma)$  takovou, že

$$\forall i \in Q : \{s_i | s \in S_{SIC}(\Gamma)\} = S_i$$

nazveme bezpečné iniciační jádro pro algoritmus konstrukce GRP.

Z definice  $S_{SIC}(\Gamma)$  plyne, že  $|S_{SIC}(\Gamma)| = \max_i |S_i|$ .



## Theorem

*Mějme hru  $\Gamma = (Q; \{S_i\}_{i \in Q}; \{U_i\}_{i \in Q})$ . Algoritmus konstrukce GRP s počáteční množinou profilů  $S^0 = S_{SIC}(\Gamma)$  generuje redukovanou hru  $\Gamma'$ , která je best-response ekvivalentní s  $\Gamma$ .*

*(Hrubý, 2009)*

## Proof.

Existuje, ale zatím je nepřesvědčivý. □

## Theorem

Mějme hru  $\Gamma = (Q; \{S_i\}_{i \in Q}; \{U_i\}_{i \in Q})$ . Algoritmus konstrukce GRP s počáteční množinou profilů  $S^0 = S_{SIC}(\Gamma)$  generuje redukovanou hru  $\Gamma'$ , která je best-response ekvivalentní s  $\Gamma$ . Počet invokací `cellModel` během konstrukce GRP roste polynomiicky s  $|S|$ ,  $|S'_i|$  a  $|Q|$ .

(Hrubý, 2010)

Článek: Gilboa, Kalai, Zemel: The Complexity of Eliminating Dominated Strategies. *Mathematics of Operations Research*, 1993

$$PNEs = \{s \mid v = (s, Q_a, Q_r) \in V, Q_a = Q\}$$

Za zmínku stojí, že s dodržáním všech předpokladů je značně pravděpodobné, že na konci redukce je množina *PNEs*

Pokud je  $PNEs$  prázdná, pak ani  $\Gamma$  nemá PNE. Získáváme ovšem redukovanou hru, která strategicky odpovídá originálu a ve značně kratším čase vyhodnotíme smíšené ekvilibrium.

Pokud je  $PNEs$  víceprvková, pak můžeme najít Pareto efektivní profil z množiny  $PNEs$ . Můžeme pak ještě zkoumat, zda-li nedosáhnou hráči efektivnějšího výsledku v korelovaném ekvilibriu ve hře  $\Gamma'$ .

- ▶ Hra byla redukována na  $\Gamma'$ .
- ▶ Buď obsahovala ekvilibrium (ryzí) nebo ho vyhodnotíme (např. CE-Solver).
- ▶ Získáme predikci jednoho profilu  $s^* \in S$ , který s sebou nese
  - ▶ akce hráčů – ceny, nabídnutá množství, exporty, ...
  - ▶ stav zobchodování a výroby
  - ▶ odvozené statistiky

Pro zájemce o detaily (MDK,MSP): Hrubý, Čambala, Toufar:  
Game-Theoretical Modeling of Electricity Markets in Central  
Europe, AUCO Czech Economic Review, [auco.cuni.cz](http://auco.cuni.cz),  
únor-březen 2010

- ▶ Opakování předchozích přednášek.
- ▶ Zkouška.