Wittgenstein a Church–Turingova teze

Jakub Güttner, guttner@fit.vutbr.cz, leden 2002

Abstrakt

Tato esej se zabývá filosofickými námitkami, které vznesl Ludwig Wittgenstein vůči Turingově verzi Churchovy teze. Obsahuje stručný úvod do Churchovy i Turingovy teze spolu s identifikací filosofických aspektů Turingova přístupu a jejich souvislostí s Mechanistickou tezí. Dále obsahuje objasnění jádra Wittgensteinových námitek, diskusi o řízení se pravidly a zamyšlení nad samotným konceptem výpočtu. Turing tvrdil, že stroj může myslet, zatímco Wittgenstein se snaží ukázat, že taková představa je absurdní.

Klíčová slova

Wittgenstein, Turingova teze, Churchova teze, Mechanistická teze, umělá inteligence, filosofie matematiky, řízení se pravidly, syntaxe a sémantika

Abstract

This essay looks at Ludwig Wittgenstein's objections to Turing's version of the Church Thesis. It contains a brief introduction to Church and Turing Theses together with an identification of the philosophical aspects of Turing's approach and their connection with the Mechanist Thesis. It also contains an explanation of the crux of Wittgenstein's objections, a discussion on rule–following and an analysis of the concept of computation. Turing claimed that a machine can think, while Wittgenstein tries to show that such claim is absurd.

Keywords

Wittgenstein, Turing Thesis, Church Thesis, Mechanist Thesis, Artificial Intelligence, Filosophy of Mathematics, Rule–following, Syntax and Semantics

Úvod — **může stroj myslet?**

Alan Turing je jedním z lidí, kteří bezpochyby zásadním způsobem ovlivnili náš dnešní pohled na informatiku. Ve 40. letech 20. století se zabýval studiem rekurzivních funkcí, později se však začal věnovat tématu umělé inteligence a učících se systémů. Stal se zastáncem Mechanistické teze, která v podstatě říká, že lidský mozek je možno

modelovat počítačem, že lze vytvořit ”umělou inteligenci” v pravém slova smyslu.

Ludwig Wittgenstein se ve svém díle mimo jiné zabýval filosofií matematiky a odvážil se napadnout závěry, na kterých Turing založil svou cestu k umělé inteligenci. Nesouhlasil s tím, že stroj se může učit (mít jisté kognitivní vlastnosti) a v pravém slova smyslu počítat. V této eseji si s oběma soky trochu popovídáme a necháme si jejich názory blíže objasnit.

Churchova teze

Všechny efektivně vyčíslitelné funkce jsou parciálně rekurzivní

Wittgenstein: Ahoj Alonzo. Jsem teď zrovna ve při s Alanem Turingem a potřebovali bychom, abys nám připomenul to, co tvrdíš ve své tezi z článku ”The Constructive Second Number Class”.

Church: We define the notion ... of an *effectively calculable* function of positive integers by identifying it with the notion of a recursive function of positive integers (or of a lambda-definable function of positive integers). A česky: Definujme pojem *efektivně vyčíslitelné* funkce nad přirozenými čísly tak, že ji ztotožníme s pojmem *rekursivní funkce* nad přirozenými čísli (nebo pojmem funkce v lambda-kalkulu nad přirozenými čísly).

Jinak řečeno, snažím se nějakým formálním způsobem definovat, co je to efektivně vyčíslitelná funkce. A jako kritérium toho, zda je funkce efektivně vyčíslitelná, stanovuji to, že je parciálně rekurzivní.

Wittgenstein: Takže ta teze vlastně není nějaké tvrzení, které by bylo třeba dokázat nebo vyvrátit, ale definice. Kdybychom objevili funkci, která není parciálně rekurzivní, z té tvé definice by vyplynulo, že nemůže být považována za efektivně vyčíslitelnou.

Jak jsem už řekl ve Vídeňském kruhu, to slovo ”nemůže” označuje *logickou nemožnost* a jde o pravidlo, které udává formu popisu, než o tvrzení.

Church: Jistě, vždyť pojem ”efektivně vyčíslitelná funkce” nebyl předtím nijak definován, snad jen intuitivně jako postup, který nepřesahuje naše lidské výpočetní schopnosti. Však také kolega Gödel protestoval, že je ”velmi neuspokojivé” *definovat* efektivně vyčíslitelné funkce jako nějakou třídu, aniž bych nejdřív ukázal, že ”všeobecně přijímané vlastnosti” konceptu efektivní vyčíslitelnosti musejí nutně vést právě k této třídě...

Wittgenstein: Svým způsobem vycházíš z Hilbertova předpokladu, že všechny funkce, které může člověk spočítat, jsou efektivně vyčíslitelné v tom tvém slova smyslu. A jestli se nepletu, právě tento nedoložený předpoklad objasnil Alan Turing ve své práci ”On Computable Numbers With an Application To the Entscheidungsproblem”. Pokusil se dokázat, že Turingův stroj odpovídá zmiňovaným lidským výpočetním schopnostem. Proto asi byla jeho verze tvé teze tak úspěšná. V každém případě díky za vysvětlení a já letím za Alanem.

Turingova teze

Všechny efektivně vyčíslitelné funkce jsou vyčíslitelné Turingovým strojem

Turing: We may compare a man in the process of computing a real number to a

machine which is only capable of a finite number of conditions which will be called *m*-configurations. The machine is supplied with a "tape"... running through it and divided into sections... each capable of bearing a "symbol"... All effective number-theoretic functions (viz. algorithms) can be encoded in binary terms, and these binary-encoded functions are Turing machine computable.

Přeloženo do češtiny: Člověka, který provádí výpočet reálného čísla, můžeme přirovnat ke stroji, který je schopen nacházet se v v jednom z konečného počtu stavů, které budeme nazývat *m*-konfigurace. Stroj má k dispozici "pásku"... která jím prochází a je rozdělená na části... z nichž každá obsahuje nějaký "symbol"... Všechny efektivně vyčíslitelné číselné funkce (neboli algoritmy) mohou být binárně zakódovány a tyto binárně zakódované funkce jsou vyčíslitelné Turingovým strojem.

Wittgenstein: Nebudu s tebou polemizovat o tom, jak zakódovat funkce a tuto kódovanou informaci manipulovat pomocí Turingova stroje. Není to ostatně jediná věc, kterou ve svém článku tvrdíš. Zajímalo by mě spíš, co píšeš v tom paragrafu 9.

Trocha epistemologie nikoho nezabije

Turing: V tom paragrafu vysvětluju a dokládám tvrzení, že můžeme člověka, který počítá, přirovnat ke stroji. Cituji: Chování počtáře je ve kterémkoli okamžiku dáno symboly, na které se dívá, a jeho "stavem mysli"... Představme si, že operace, které počtář provádí, bychom rozložili na "jednoduché úkony"... každý takový úkon se skládá z nějaké změny fyzického systému sestávajícího z počtáře a jeho pásky... Tyto jednoduché úkony musí tedy být: a) změny symbolu... b) změna pozornosti počtáře z jednoho místa na pásce na jiné místo v jeho omezeném sousedství... Úkon, který bude proveden, je určen... stavem mysli počtáře a sledovanými symboly. Nyní můžeme sestrojit stroj, který bude provádět práci tohoto počtáře. Každému stavu mysli odpovídá *m*-konfigurace stroje... a tak dál.

Mám-li to zkrátit, objasnil jsem ten neurčitý pojem "počítat" jako "zpracovávat Turingovým strojem".

Wittgenstein: Takže tu už nejde o matematiku, ale o filosofii. Konkrétně bych řekl epistemologii, nauku o hranicích a možnostech poznání. Ten tvůj článek byl tedy takovým sňatkem matematiky (přechodové tabulky, nerozhodnutelné problémy, různé zběsilé funkce) a filosofie. Co se matematiky týče, smekám před tvým pozorováním, že parciálně rekurzivní funkce je možné implementovat pomocí mechanického stroje. Ovšem současně tvrdím, že mám právo polemizovat o té filosofické části.

Mechanistická teze

Proces lidského myšlení lze simulovat strojem.

Turing: Jistě, já osobně mám za to, že ta má práce byla do značné míry přelomová, a to i po filosofické stránce. Nějakou dobu po jejím napsání jsem se přestal zabývat rekurzivními funkcemi a vrhl jsem se na umělou inteligenci. Cestu mi otevřela právě má verze Churchovy teze!

Wittgenstein: Na první pohled se ale zdá, že se snažíš ukázat, jak je ten stroj zcela nevědomý a mechanický, pouze se tupě řídí pravidly a inteligence by ses v něm nedořezal.

Turing: Samozřejmě že inteligenci nevytvoříš hrubou silou. Je třeba přejít k "učícím se" programům. Důležité však je, že i u těchto strojů je třeba jednotlivé instrukce provádět mechanicky, aniž by jim stroj jakýmkoli způsobem "rozuměl". Inteligenci

spíš působí celková složitost takových programů vystavěných na elementárních pravidlech. Pak je třeba přiznat, že postup řešení problému jsme nemohli předvídat v okamžiku, kdy jsme do stroje vkládali instrukce, a stroj se choval jako žák, který se od svého učitele mnohé naučil, ale vlastní pílí k tomu ještě další vědomosti připojil. Pak jsme povinni uznat, že stroj jeví známky inteligence.

Pokud je stroj schopen měnit svůj vlastní program (například na základě heuristických metod, které rozšiřují bázi znalostí nebo množinu používaných pravidel), může se rozšiřovat počet i složitost problémů, které je schopen řešit.

Wittgenstein: Dobře, a které části své teze chápeš jako základy pro teorii umělé inteligence?

Problém zastavení — Entscheidungsproblem

Turing: Už jsem zmiňoval úsek své práce, ve kterém je definován Turingův stroj. Prvním důvodem tedy je, že definice mého stroje měla obsáhnout všechno, čeho je schopen lidský počtář. Je tu však ještě důležitější téma, a to problém zastavení.

Wittgenstein: Co má problém zastavení společného s umělou inteligencí?

Turing: Bez něj bychom stáli tváří v tvář zoufalé determinističnosti programů pro Turingův stroj. Jak by se mohl stroj chovat inteligentně, kdyby postupoval krok za krokem po vytyčené cestě až na její konec? Z problému zastavení naopak plyne, že ačkoli je Turingův stroj řízen pravidly, zdaleka to neznamená, že víme, jakým způsobem ukončí svou činnost. Vždyť celý princip učících se programů spočívá v tom, že nemůžeme předpovědět, jakým způsobem se bude jejich činnost vyvíjet. Problém zastavení ukazuje, že umělá inteligence neexistuje jen v oblasti nereálných představ!

Wittgenstein: Teď mi prosím dovol se poprvé pořádně ozvat. Mám za to, že takováto interpretace Turingovy teze zkresluje její skutečný, matematický význam. Problém spočívá v rozdílu mezi *prováděním výpočtu* a *mechanickým postupem*. Tento rozdíl jsi ve svém článku mírně zatemnil a později v podstatě odsunul stranou, což vedlo až k Mechanistické tezi. Poslouchej dál a posuď sám.

Wittgensteinova kritika

Normativnost matematiky

Wittgenstein: Zopakuju to, co jsem už uvedl ve svých *Remarks of the Foundations of Mathematics:* Dá se vůbec říci, že počítací stroj *počítá*? Představ si, že počítací stroj vznikl náhodou, pak jej někdo objevil a náhodně na něm stiskl několik tlačítek (nebo, ještě lépe, že přes něj přeběhlo zvíře a o tlačítka zavadilo). Stroj díky tomu spočítal, kolik je 25 x 20.

Pro matematiku je nezbytné, aby se její symboly používaly v průběhu celého výpočtu. Teprve použití mimo matematiku, *význam* symbolů, mění hru se symboly v matematiku. Když změním v místnosti postavení židlí z jednoho na druhé, nemohu tuto změnu nazvat logickou inferencí, pokud obě postavení židlí nemají žádnou lingvistickou funkci kromě samotné změny postavení.

Turing: Nenapadáš doufám moje závěry o tom, že rekurzivní funkce jsou mechanicky vyčíslitelné? To by se ti všichni vysmáli.

Wittgenstein: Ne, jde mi o to, že matematický pojem provádění výpočtu (na rozdíl od empirického pojmu počítání) nemůžeš oddělit od normativnosti matematiky.

Představ si, že počítací stroje se normálně vyskytují v přírodě, ale lidé je nejsou schopni rozbít, aby nahlédli dovnitř. Řekněme, že je tito lidé používají podobným způsobem, jakým my počítáme, ačkoli netuší nic o principu jejich fungování. Díky tomu například s pomocí počítacích strojů předvídají různé děje, ale manipulace se stroji je pro ně experimentováním.

Těmto lidem chybí matematické koncepty, které máme my, ale čím je nahrazují? Představ si mechanismus, jehož pohyb bychom chápali jako geometrický (či pohybový) důkaz. Když někdo otáčí volantem, jistě by o něm nikdo normálně neřekl, že něco dokazuje. Není to snad stejný případ, jako když někdo experimentálním způsobem vytváří a mění uspořádání symbolů, i když by se výsledky jeho činnosti daly chápat jako důkaz?

Matematika je naopak normativní. Důkaz mě vede k tvrzení: "Tohle *musí* platit." Matematický důkaz odhaluje *pravidla matematické gramatiky*. Promiň, že pořád cituji z těch *Foundations*, ale: Nezapomeňme, že v matematice jsme přesvědčeni o *gramatických* tvrzeních, takže výrazem toho, že jsme důkaz přijali, je ochota *přijmout pravidlo*. Vždyť důkaz je součástí gramatiky, která definuje už samotnou hypotézu! Důkaz mění gramatiku našeho jazyka i naše koncepty. Vytváří nová spojení a dodává jim potřebné koncepty.

Pravidla a opice

Turing: Ludwigu, nevzdaluješ se náhodou nějak moc od Turingových strojů?

Wittgenstein: Právě se chystám celý ten argument obrátit proti Turingovým strojům, tak poslouchej dál. Dostal jsem se k principu řízení se pravidly. Snad se mnou souhlasíš v tom, že matematika je postavená na řízení se pravidly, stejně tak jako koncept počítání nebo provádění výpočtu. Moje zásadní otázka zní: za jakých okolností mohu o sobě (nebo o nějaké opici) říci, že počítám (nebo, v případě té opice, že se řídí nějakým pravidlem)?

Turing: No, kdyby třeba ta opice kreslila na zeď takovéhle pravidelné znaky: @–@–@–@–, řekl bych, že se asi řídí nějakým pravidlem.

Wittgenstein: Teď s tebou musím nesouhlasit. Vzpomeň si, co jsem říkal o tom otáčení volantem a manipulací se symboly — nestačí jen vymyslet pravidlo, podle kterého je otáčení volantem matematický důkaz. I když bych našel nějaké pravidlo, kterému daná činnost vyhovuje, nemusí to znamenat, že se daný objekt tím pravidlem řídí. Otázka zní: za jakých okolností můžeme říci, že *ta opice* se sama od sebe řídila nějakým pravidlem?

Turing: Asi máš pravdu, že jde o něco víc než jen opakované chování. Nemohu opici automaticky přisoudit nějakou motivaci, kterou si sám vymyslím. Máš nějaký nápad?

Wittgenstein: Vypůjčím si příklad od kolegy Wanga. Představ si, že šimpanz jednou načrtne na zem obrazec "@–" a druhý pak vedle do písku vyryje "@–@–@–@–@–". Nedá se říci ani to, že ten první stanovil pravidlo, ani že jej ten druhý aplikoval, ať už se v jejich mysli odehrávalo cokoliv.

Kdybychom však na nich pozorovali například to, že jeden druhému cosi vysvětluje, něco mu předvádí a druhý ho napodobuje, provádí úspěšné a neúspěšné pokusy a dočká se odměny nebo trestu, kdyby ten druhý, který k tomu byl vycvičen, vytrvale kreslil sérii vzorů, které nikdy předtím neviděl, jako ve výše uvedeném příkladu, pak bychom zřejmě měli říci, že první šimpanz zapisoval pravidla a druhý se jimi řídil.

Turing: Takže by se vlastně dalo říct, že ačkoli je koncept aplikace pravidel neodmyslitelně spojený s pravidelností, není to *pouze* pravidelnost… Myslím, že vím, o co ti jde. Takže pokud řeknu, že se někdo řídí pravidlem, musí ta osoba být schopna dané pravidlo třeba vyučovat, vysvětlit nebo uvést jako důvod svého

chování?

Wittgenstein: Přesně tak. Když se žák ve škole učí Pythagorovu větu, může a nemusí pochopit, o co jde. Určitě i ty si dovedeš představit, že se na písemku naučí nazpaměť potřebný vzoreček a vyprodukuje správné výsledky, aniž by tušil, o co vlastně v Pythagorově větě jde.

Pokud chceme mluvit o aplikaci pravidel, chování sledovaného objektu musí být chápáno jako normativní. A tím mířím k samému jádru své námitky. Počítání je totiž součástí množiny normativních konceptů, zatímco Turingovy stroje nikoli. *Pouhé produkování správných výsledků nestačí k tomu, abychom mohli říci, že někdo nebo něco počítá.*

Turing: A proč ne? Vždyť právě v Turingově testu jde o to, že má stroj za úkol produkovat stejné výstupy, jaké bychom očekávali od člověka. Události, které se odehrávají někde "za plentou", nejsou podstatné.

Wittgenstein: Já tvrdím, že v případě provádění výpočtu podstatné jsou. Když se tě zeptám, jak se výpočtem dospělo ke správnému výsledku, jakou mi nabídneš odpověď?

Turing: Odpověď má podle mě dvě části: první z nich je posloupnost duševních stavů počtáře či fyzických stavů stroje (viz paragrafy 3 a 4) a druhá zahrnuje popis algoritmu či programu, který byl k výpočtu použit (paragraf 3 a dál).

Wittgenstein: Jenže my přece diskutujeme o *výpočtu* a já mám za to, že zdůvodnění jeho správnosti by se mělo skládat z posloupnosti použitých pravidel — matematika je přece založená právě na jejich používání a právě tato pravidla zaručují, že výsledek bude správný! Jak může být správnost zaručena, když vede k výsledku jen seznam jakýchsi stavů mysli?

Turing: O to mi právě jde. Můj stroj totiž provádí výpočet mechanickým způsobem. Program, který do něj vložím, obsahuje jednotlivá elementární pravidla, podle kterých se výpočet řídí. Všimni si, že mluvím o pravidlech — každé z nich je součástí standardního postupu výpočtu. Důležité přitom je, že každé z těchto pravidel je natolik jednoduché, že vlastně nemá žádný kognitivní význam nebo obsah. Aby ho stroj provedl, nemusí se snažit ho nejdřív "pochopit". To pravidlo je prostě tak základní, že ho může aplikovat čistě mechanicky.

Pravidla versus popisy, syntaxe versus sémantika

Wittgenstein: Budu pokračovat za tebe. Donald Knuth vysvětluje, že algoritmus je množina pravidel nebo pokynů pro získání požadovaného výstupu z daného vstupu. Algoritmus se vyznačuje tím, že všechny nejasnosti musí být vyloučeny; pravidla musí popisovat operace, které jsou tak jednoduché a dobře definované, že je může vykonávat i stroj.

Turing: Krásná definice. Nezbývá než s ní plně souhlasit.

Wittgenstein: Nezarazilo tě tvrzení, že "pravidla popisují operace"? Pravidlo se přece vyznačuje tím, že nic *nepopisuje*, ale stanovuje způsob použití nějakých konceptů. Uznávám, že jednotlivé kroky tvého stroje se chovají jako popisy operací, ale na rozdíl od tebe mě to nevede k Mechanistické tezi, ale k zamyšlení nad tím, jestli se můžeme odvážit je nazývat *jednoduchá pravidla*.

Turing: Já bych řekl jen to, že Knuth popisuje algoritmy jako zvláštní třídu funkcí (protože zobrazují vstup na výstup), přičemž přidává dva požadavky — aby se algoritmus dal specifikovat jako soubor pravidel a aby tato pravidla měla zhruba stejnou (triviální) složitost. A já dodávám, že Turingův stroj se při své činnosti řídí právě takovými pravidly.

Wittgenstein: A předpokládáš, že ke vzniku umělé inteligence je třeba postavit stroj, který se učí tím, že pochopí nějaká pravidla a pak je používá. Otázka zní, zda může

být *chápání* vybudováno na zvládnutí "syntaktických instrukcí", kterými se řídí jak člověk, tak stroj. Automaticky předpokládáš, že tvůj stroj demonstruje svou schopnost řídit se jednotlivými "bezobsažnými podpravidly" skrze čtení, tisk a vymazávání symbolů na pásce Jsou bezobsažná, protože je stroj musí provádět bez jakékoli inteligence a schopnosti zpracovávat informace v něm obsažené, ale současně jsou to podpravidla, aby se jimi mohl řídit.

Já mám ale námitku: jak můžeš mluvit o "bezobsažném pravidle"? Je to pravidlo, které nic neříká?

Turing: Snažím se tím naznačit, že stroj provádí dedukci, která je zcela mechanická.

Wittgenstein: Ale vždyť to je úplně scestné! Slučuješ dvě neslučitelné věci — logickou inferenci a manipulaci se symboly. Můžu porovnávat tvar nebo velikost bezobsažných symbolů, ale nemohu prohlásit, že nějaký takový symbol vyplývá z jiného. Pochopit, že *p implikuje q* znamená vědět, jaký je konceptuální vztah mezi obsahem *p* a *q*; rozumět tomu, že *q vyplývá z p*. Když někdo na počítacím stroji náhodně zmáčkne tlačítka 20 x 25 a někde se objeví 500, nedá se říci, že by ten stroj něco spočítal. Stroj pouze manipuluje se znaky a pokud znakům nepřiřadíme nějaký sémantický význam, půjde jen o syntaktickou hru.

Turing: Dobře, ale ta bezobsažná pravidla…

Wittgenstein: Prosím tě, jednoduchost pravidla se nemůže plést s otázkou jeho sémantického obsahu. Pokud rozložím pochopení složitého problému do pochopení jeho jednoduchých částí, je třeba vyřešit otázku toho, jaká je jejich skutečná sémantika. Rozdělením na menší pravidla znamená jen to, že stojím před problémem *pochopit* právě tato pravidla.

Jediný způsob, jak odstranit normativitu, kterou by měl stroj pochopit, je definovat pravidla jako *popis* akce, která se má odehrát v mysli počtáře. Tím se ale ztrácí matematika, která je přísně nekauzální. Matematika spojuje tvrzení na základě asociací a pevně daných pravidel, ne akcí.

Turing: Pak tedy můžeme algoritmy chápat jako nějaké akce, které manipulují se symboly, a problém je vyřešený.

Wittgenstein: A spolu s tím je vyřešena i otázka, jestli může stroj tato pravidla pochopit. Protože pak nemají nic společného s matematikou, nelze je ani chápat jako něco, co by se dalo použít při výpočtu. Vezmi si třeba pravidlo "GOTO STEP I IF INPUT=0". Kdybych přistoupil na tvůj návrh, to pravidlo by v podstatě znělo "0 AKTIVUJE PŘESOUVACÍ MECHANISMUS" a musíš uznat, že i kdybys dokonale pochopil, jak takový mechanismus funguje, matematiku bys z něj nevystavěl.

Turing: Ale ty fyzické akce přece přesně odpovídají jednotlivým pravidlům normativní matematiky, ne?

Wittgenstein: Ne tak zhurta. Odpovídají, to ano. Ale rozhodně ne *ztělesňují*. Pokud jsi schopen nějakou soustavu zakódovat do jiné soustavy, jde o nějakou substituci, ale význam té první soustavy se ztrácí. Když si jablka, hrušky a banány označím čísly, může být zakódování provedeno zcela přesně, ale v okamžiku, kdy takovou sérii čísel předložím nějakému člověku, už v ní není ani barva, ani chuť.

Ano, mohu nějaká matematická pravidla zakódovat do operací a mohu zkonstruovat stroj, který bude tyto operace tupě provádět. Nemůže se ale *učit* nic o matematice, protože pracuje pouze se symboly, které ztratily svou původní sémantiku. Výsledek může být správný, ale nejsem schopen dokázat, že je správný, protože postup, který k němu vedl, byl mechanický a ne matematický.

Pokud by si naopak pravidla svou sémantiku uchovala, je třeba, aby se jimi řídil někdo, kdo je schopen jejich skutečný obsah pochopit. Ale Turingův stroj počítá s tím, že ony základní instrukce nevyžadují žádné kognitivní schopnosti ani inteligenci. To by musel stroj být už sám o sobě inteligentní a v pravém slova smyslu pravidlům *rozumět*.

Turing: Takže zmechanizovat výpočet řízený pravidly znamená ho nahradit jiným

mechanismem a ne ho nějak "ztělesnit". Dobrá. Trvám ale na té části mé teze, která ukazuje, že rekurzivní funkce se velmi dobře hodí k mechanické implementaci.

Wittgenstein: V tomto bodě s tebou souhlasím a vyslovuji ti hluboký obdiv.

Turing: A já si ještě promyslím, jestli budu trvat i na tom, aby ostatní přijali tu filosofickou část mé teze.

Závěr

Wittgenstein upozorňuje na to, že Turingova práce "On Computable Numbers..." má dvě části — matematickou a filosofickou. V první části ukázal neotřelý pohled na vymezení třídy efektivně vyčíslitelných funkcí a vytyčil směr vedoucí k mechanické implementaci parciálně rekurzivních funkcí. V druhé části se přesunul k diskusi o povaze počítání a řízení se pravidly, přičemž prostředky jeho argumentace byly ve své podstatě epistemologické, ne matematické.

Z této druhé části Turing odvodil svou představu učících se strojů, které zvládají nová pravidla a pak je používají, takže jsou samy schopny řešit stále více obecnějších problémů. Wittgenstein tento směr uvažování napadá. Tvrdí, že argumentem, který má dvě stránky. Zaprvé, pokud má základní podpravidlo nějaký význam, nemůže se jím řídit stroj bez kognitivních schopností. Zadruhé, pokud je podpravidlo zcela bez významu, nemůže být strojem v pravém slova smyslu pochopeno a pak používáno k řešení problémů.

V této práci byly objasněny základy, ze kterých Turingova teze vychází, a jeho pozdější interpretace filozofických názorů, které v této tezi uvedl. Současně se zde zkoumá Wittgensteinův pohled na filosofickou část teze, hlavní oblast jeho námitek a diskuse nad povahou pravidel a jejich mechanického provádění. Samotné zhodnocení výsledku této diskuse ponecháváme na laskavém čtenáři.

Literatura

Shanker, S. G.: Wittgenstein versus Turing on the Nature of Church's Thesis, Notre Dame Journal of Formal Logic vol. 28/4, 1987

Church, A.: The Constructive Second Number Class, Bulletin of the American Mathematical Society, vol. 44, 1938

Davis, M.: Why Gödel Didn't Have Church's Thesis, Information and Control, vol. 54, 1982

Knuth, D.: Algorithms, Scientific American, vol. 234, 1977

Turing, A.: On Computable Numbers, with an application to the Entscheidungsproblem, Proceedings of the London Mathematical Society, vol. 42, 1939

Turing, A.: Intelligent Machinery (1948), Machine Intelligence 5, Edinburgh, 1969

Wang, H.: From Mathematics to Philosophy, Routledge & Kegan Paul, Londýn, 1974

Wittgenstein, L.: Philosophical Investigations, Bassil Blackwell, Oxford, 1973

Wittgenstein, L.: Philosophical Grammar, ed. Rush Rhees, Basil Blackwell, Oxford, 1974

Wittgenstein, L.: Lectures on the Foundations of Mathematics, Basil Blackwell, Oxford 1978

Wittgenstein, L.: Ludwig Wittgenstein and the Vienna Circle, rozhovory zaznamenané Friedrichem Waismannem, Basil Blackwell, Oxford, 1979